

Concours du prix universitaire 2006 de l'Association canadienne des physiciens et physiciennes

Aux surveillants:

Veillez écrire en lettres moulées les noms des étudiants et indiquer (✓) les questions que chacun a choisies dans le tableau ci-dessous.

Université _____

Nom (lettres moulées)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Cette *page couverture* et les feuilles réponses, *sans aucune page blanche*, doivent être retournées à:

Dr. David Tindall, coordinateur de l'examen de l'ACP 2006
 Département de physique et science atmosphérique
 Édifice Sir James Dunn, Salle 218
 6300 rue Coburg
 Université Dalhousie
 Halifax, Nova Scotia B3H 1Z9
 (902) 494-2337

Concours du prix universitaire 2006 de l'Association canadienne des physiciens et physiciennes

Mardi, le 7 février 2006

Temps alloué: 3 heures

Instructions:

Les calculatrices sont permises.

Il y a dix (10) questions; toutes les questions ont la même valeur.

Chaque réponse sera corrigée par un examinateur différent; par conséquent, ***on doit répondre à chaque question sur une feuille séparée.*** Si plus d'une page est nécessaire, les pages associées à une même question doivent être bien agrafées.

Le numéro de la question, le nom du candidat et le nom de l'université et du département doivent être indiqués clairement sur la première page de ***chaque*** réponse.

Essayez de répondre à autant de questions que vous pouvez, en tout ou en partie. Il est peu probable que vous soyez capable de répondre à toutes les questions, aussi travaillez surtout à celles où vous vous sentez le plus confortable.

Les membres du comité examinateur sont:

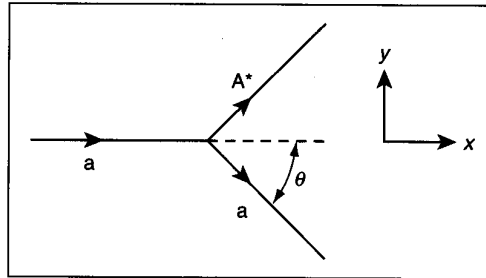
Carl Adams (St. Francis Xavier), Craig Bennett (Acadia), Malcolm Butler (Saint Mary's), Richard Dunlap (Dalhousie), Kevin Hewitt (Dalhousie), Daniel Labrie (Dalhousie), Andrew Rutenberg (Dalhousie), Michael Robertson (Acadia), David Tindall, (Coordinateur, Dalhousie) et Walter Zukauskas (Dalhousie).

1. A. Une particule alpha (α) de masse m_a et d'énergie cinétique E_i se dirige vers un noyau (A) de masse m_A . La particule alpha est déviée inélastiquement d'un angle θ comme dans le diagramme, et elle a une énergie cinétique finale E_f . Le noyau se retrouve dans un état excité de masse m_{A^*} et à une énergie ΔE par rapport à l'état fondamental, de sorte que

$$\Delta E = (m_{A^*} - m_A)c^2$$

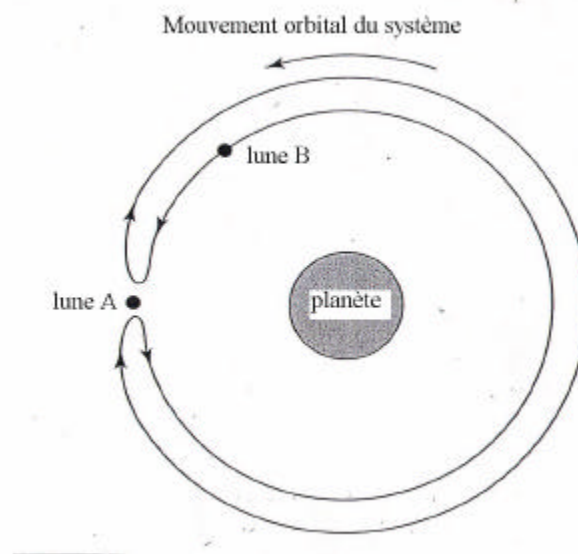
Obtenir une expression pour ΔE en termes de m_a , m_{A^*} , E_i , E_f et θ .

Note. Toutes les énergies peuvent être traitées de manière non relativiste.



- B. (a) L'uranium naturel, comme on le trouve sur Terre, consiste en deux isotopes dans le rapport $^{235}\text{U}/^{238}\text{U} = 7.3 \times 10^{-3}$. En supposant que ces deux isotopes existaient en quantités égales au moment où la Terre a été formée, calculer l'âge de la Terre. Les demi-vies de ^{235}U et ^{238}U sont de 7.14×10^8 années et 4.49×10^9 années, respectivement.
- (b) Le carbone terrestre contient 1 partie par 7.69×10^8 de ^{14}C , le reste étant du ^{12}C (98.9%) et du ^{13}C (1.1%). ^{14}C dégénère par rayonnement β^- vers l'état fondamental du ^{14}N avec une durée de vie de 8267 années. Le corps humain est constitué d'environ 20% de carbone. Calculer l'activité approximative (en Curies, où 1 Curie vaut 3.7×10^{10} dégénérescences par seconde) de ^{14}C pour une personne moyenne.
2. Un électron, de masse m , se trouve dans un puits de potentiel unidimensionnel pour lequel le potentiel s'annule dans l'intervalle $(0 \leq x \leq a)$ et est infini à l'extérieur de cet intervalle.
- (a) Obtenir une expression pour l'énergie de l'électron lorsqu'il est dans son n^{e} état le plus bas, où $n=1$ correspond à la plus basse valeur de l'énergie.
- (b) Déterminer où il est le plus probable de trouver l'électron pour $n=1$ et $n=2$.
- (c) Trouver une expression pour la probabilité, P , que l'électron soit à l'intérieur d'une distance d de $x = 0$, pour n quelconque.
- (d) Interpréter le résultat de la partie (c) quand n devient très grand.

3. (a) Deux vaisseaux spatiaux sont dans la même orbite, l'un en avant de l'autre. Le vaisseau arrière est muni de propulseurs qui lui permettent de manoeuvrer. Énumérer les actions nécessaires pour que le vaisseau arrière rejoigne le vaisseau avant. Donner les raisons de vos choix.
- (b) Le diagramme illustre une « orbite en fer à cheval ». Les lunes A et B tracent des orbites circulaires autour de la planète, l'orbite de la lune B étant un peu plus petite que celle de la lune A. L'orbite en fer à cheval représente le mouvement de la lune B vu dans un système de coordonnées qui tourne autour de la planète avec la lune A. Indiquer qualitativement ce qui peut donner lieu à une telle orbite apparente. On peut supposer que la masse de B est négligeable en comparaison de celle de A.



- (c) Un satellite en orbite circulaire autour de la Terre peut modifier son orbite en allumant un propulseur pour de brèves périodes. Décrire qualitativement comment l'orbite est modifiée si l'on allume le propulseur de manière à accélérer le satellite (i) vers l'avant de son orbite, et (ii) radialement vers l'extérieur.
- (d) L'effet Yarkovsky constitue une façon par laquelle de petits astéroïdes (d'environ un mètre) peuvent modifier leur orbite. Un astéroïde absorbe la lumière solaire, et la réémet comme rayonnement thermique selon la loi de Stefan. La partie la plus chaude émet le plus de rayonnement. En supposant que l'astéroïde tourne sur lui-même dans le même sens qu'il tourne autour du Soleil, décrire qualitativement ce qui arrivera à la dimension et à la période de l'orbite. Comment la situation changera-t-elle si l'astéroïde tourne sur lui-même dans le sens opposé à sa rotation autour du Soleil?

4. On considère une marche aléatoire débutant à l'origine, $R(t=0) = 0$, qui consiste en un saut \vec{r}_i orienté aléatoirement, de longueur $|\vec{r}_i| = l$ à tout intervalle de temps τ . Après un temps t , le déplacement est $\vec{R} = \sum_{i=1, N} \vec{r}_i$, où le nombre de sauts est $N = t/\tau$.
- (a) Le déplacement moyen étant $\langle \vec{R} \rangle = 0$, quel est $\langle R^2 \rangle$?
- (b) Une bactérie nageant à $v = 10 \text{ mm/s}$ change aléatoirement sa direction de mouvement à tout intervalle $\tau = 10 \text{ s}$. Quelle est sa constante de diffusion D , où $D = \langle R^2 \rangle / (6t)$?
- (c) Les bactéries mortes se déplacent encore de manière thermique. Si une bactérie est une sphère de rayon $a = 1 \text{ mm}$ avec la densité de l'eau, quelle est sa vitesse moyenne quadratique $v_{RMS} = \sqrt{\langle v^2 \rangle}$, si $k_B T = 4 \times 10^{-21} \text{ J}$?
- (d) Quel est le temps caractéristique de ralentissement d'une bactérie par viscosité, si l'on a $F_{VISC} = 6\pi\eta a v$, où la viscosité de l'eau est $\eta \approx 10^{-3} \text{ Nm}^2/\text{s}$? Et donc, approximativement, quelle est la constante de diffusion (de Stokes-Einstein) d'une bactérie morte?
5. Le principe de Fermat énonce que le trajet d'un rayon lumineux minimise le temps de propagation.
- (a) Utiliser le principe de Fermat pour obtenir la loi de la réfraction à une interface plane entre deux milieux diélectriques d'indices n_1 et n_2 .
- (b) L'indice de réfraction du verre peut être augmenté par l'ajout d'impuretés. Il est alors possible de fabriquer une lentille d'épaisseur uniforme. Soit un disque de rayon a et d'épaisseur d :
- Trouver la variation radiale de l'indice de réfraction $n(r)$ qui produira une lentille de distance focale f (où $f \gg a$). On suppose une lentille mince ($d \ll a$), un indice n_o à $r = 0$, et une onde monochromatique plane venant de la gauche.
 - Trouver le point où les rayons de l'onde plane sont amenés au foyer sur l'axe.
- Note. Ces lentilles à gradient d'indice de réfraction sont utilisées à l'extrémité de fibres optiques.

6. Un problème familier en électrostatique fait intervenir une charge q immobile à une distance d au-dessus d'un plan conducteur infini et mis à la terre. Sans perte de généralité, on peut établir des coordonnées de sorte que le plan coïncide avec le plan $z=0$ (c'est-à-dire le plan $x-y$) et que la charge se trouve sur l'axe z à $(0, 0, d)$. Le problème est résolu en considérant le potentiel additionnel venant d'une charge image q' située à $(0, 0, -d')$. On peut alors faire de la surface $z=0$ une équipotentielle où $V=0$, en posant $q' = -q$ et $d' = d$. La clef de cette méthode consiste en ce que le potentiel de la charge image permet de reformer la surface équipotentielle pour qu'elle s'adapte à la frontière, sans affecter l'équation de Poisson aussi longtemps que la charge image reste hors de la région d'intérêt (ici, le haut du plan conducteur).

(a) La charge image est-elle vraiment là? Sinon, où sont les charges qui produisent le nouveau potentiel?

(b) Écrire la fonction potentiel produite par la charge réelle q à $z=d$ et la charge image q' à $z = -d'$, comme on les a décrites plus haut. On peut utiliser le système de coordonnées qu'on préfère (quoique les cylindriques soient sans doute meilleures). Montrer que, pour les points dans le plan $x-y$, on a $V=0$ (comme l'exige la condition de frontière) lorsque $d'=d$ et $q' = -q$.

(c) Supposons maintenant que le plan conducteur soit courbé vers la charge réelle, et qu'il devienne un bol sphérique. Expliquer ce qui arrive à la grandeur et à la position de la charge image. S.v.p. inclure un diagramme.

(d) Cette surface sphérique passe à travers l'origine et a un rayon de courbure R . En coordonnées cylindriques (r, ϕ, z) l'équation de la surface est

$$R^2 = (R-z)^2 + r^2 \quad \text{c'est-à-dire} \quad r^2 + z^2 = 2Rz$$

Donner quantitativement les valeurs de d' et q' qui font de cette surface une équipotentielle $V=0$. Ici $R > d$, mais on ne devrait avoir besoin d'aucune approximation.

Suggestions:

(a) Examiner d'abord les conditions à l'origine pour obtenir une seule équation simple.

(b) En examinant seulement la condition de frontière, on obtient entre autres la solution triviale $q' = -q$ et $d' = -d$, qui annule complètement la charge réelle. Bien que cela satisfasse à la condition de frontière (car $V=0$ partout), cela ne satisfait pas à l'équation de Poisson, et ne constitue donc pas une solution.

(c) Votre réponse devrait se ramener à celle correspondant à un plan, si R est très grand.

7. On considère un cristal ionique unidimensionnel infini, qui consiste en une chaîne linéaire de N atomes de charge unitaire et de polarité alternée. Outre l'interaction électrostatique de longue portée, il y a une interaction répulsive de courte portée et de potentiel A/r^3 , qui agit seulement entre plus proches voisins.

(a) Trouver la distance interatomique d'équilibre pour une pair ionique isolée (un atome de chaque polarité).

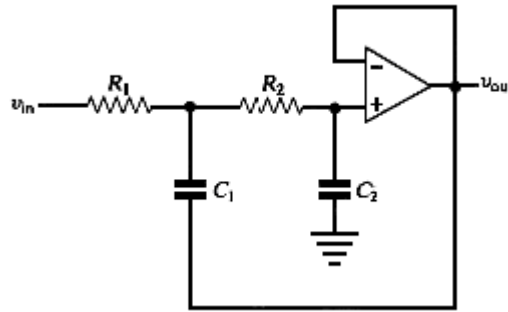
(b) Trouver une expression pour l'énergie de cohésion $U(a)$ du cristal pour une distance interatomique a .

[suggestion: $\ln(1+x) = x - (1/2)x^2 + (1/3)x^3 - (1/4)x^4 + \dots$]

(c) Trouver la distance interatomique d'équilibre dans le cristal, valable aux basses températures.

8. Dans plusieurs applications électroniques, on a besoin de filtres passe-bas actifs à très grand affaiblissement de gain aux fréquences dépassant le point de 3dB.

Le diagramme illustre les composants de base de tels filtres. Il s'agit d'un filtre de Sallen Key, nommé d'après ses inventeurs.



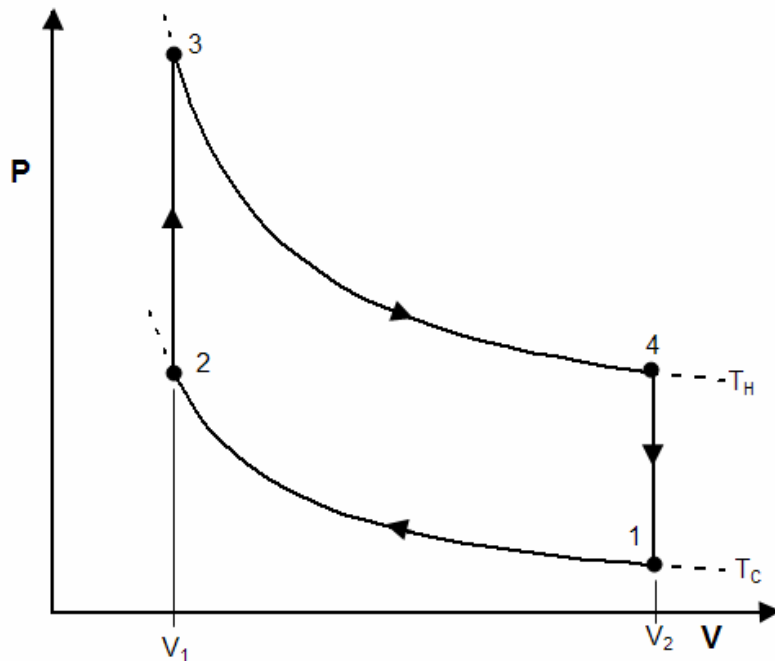
(a) Obtenir une expression pour le gain en fonction de la fréquence f .

(b) Soit $R_1 = R_2 = 1 \text{ k}\Omega$ et $C_1 = 2C_2 = 0.20 \text{ }\mu\text{F}$.

(i) Produire le graphique de Bode de la grandeur du gain (en dB), en fonction de $\log(f)$.

(ii) Faire le graphique de l'angle de phase en fonction de $\log(f)$.

9. Le cycle d'une machine de Stirling idéale peut être représenté par le diagramme P-V suivant. Les deux isothermes sont indiquées par leur température respective, où H désigne la température la plus haute et C la température la plus basse.



On suppose que la machine fonctionne de manière réversible en utilisant un gaz idéal. On suppose de plus que les capacités calorifiques sont constantes.

- Évaluer le travail pour chacune des quatre étapes constituant le cycle.
- Évaluer la quantité de chaleur entrant ou sortant à chaque étape du cycle.
- Évaluer le changement d'entropie à chaque étape du cycle.
- Quel est le travail total effectué dans un cycle complet en termes des volumes V_1 et V_2 et des températures T_H et T_C ?
- Si un régénérateur est utilisé dans la machine, la chaleur qui entre pendant l'étape de chauffage isochore (2 à 3 dans le diagramme) est fournie de manière interne. Dans ce cas, montrer que le rendement, h , d'une machine de Stirling idéale est le même que celui d'un cycle de Carnot, c'est-à-dire

$$h = 1 - \frac{T_C}{T_H}.$$

- Évaluer le changement total d'entropie au cours d'un cycle de la machine. Cette valeur a-t-elle du sens? Pourquoi?

10. **Répondre au plus à sept (7) des dix (10) parties de cette question:**

- (a) Trouver l'entropie par unité de volume du rayonnement d'un corps noir, étant donné que l'énergie par unité de volume est σT^4 , où σ est une constante.
- (b) Dans l'atome de sodium les états 3p de l'électron de valence ont une énergie plus élevée que les états 3s. Expliquer cela qualitativement.
- (c) Dessiner le circuit électrique dont l'impédance est

$$Z = \frac{1}{j\omega C} + \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2 + j\omega L}}$$

- (d) Pendant le jour le ciel est bleu (parfois!) Pourquoi? Pourquoi les nuages ne sont-ils pas bleus?
- (e) Vue de la Terre, Vénus n'est jamais éloignée du Soleil de plus de 46.3° . Trouver sa période de révolution autour du Soleil.
- (f) La résistance de l'air produit-elle une augmentation ou une diminution de la vitesse d'un satellite de la Terre? Pourquoi?
- (g) Pourquoi peut-on appuyer, à angle oblique, une échelle sur un sol rugueux et contre un mur lisse, mais non pas sur un sol lisse et contre un mur rugueux?
- (h) Le pistolet radar d'un policier a un diamètre d'environ 100mm. S'il fonctionne à une fréquence de 10GHz, quelle est la largeur du faisceau à 100m?
- (i) Estimer la masse d'eau froide qu'on peut porter à ébullition en utilisant l'énergie dissipée lorsqu'une voiture roulant à 100 km h^{-1} s'arrête.
- (j) Estimer de combien changerait le temps du lever du Soleil si, pendant la nuit, la vitesse de la lumière diminuait de moitié.